

# المحاضرة الثانية عشر

26 / 4 / 2018

12

مقدمة

ليكن  $\gamma = M \gamma_\alpha$  و  $\gamma : X \rightarrow Y$  دالة في المقادير  $X$  أي  $\gamma$   
 تكون الدالة  $\gamma$  مستمرة إذا أدت  $\gamma$  إذا كانت جميع الدوال  $\gamma_\alpha$   
 $\{ \gamma_\alpha \mid \alpha \in I \}$  مستمرة

البرهان

لنأخذ شرطاً

لنفرض أن  $\gamma$  دالة مستمرة، جميع الدوال  $\gamma_\alpha$  مستمرة في  $\alpha$   
 فترة  $\gamma$  مستمرة في  $\gamma$ ، تركيب دوال مستمرة هو  
 دالة مستمرة إذا  $\{ \gamma_\alpha \mid \alpha \in I \}$  مستمرة  
 $\gamma : X \rightarrow Y$  و  $\gamma_\alpha : X \rightarrow Y_\alpha$  و  $\gamma_\alpha \in I$

كفاية شرط

لنفرض أن جميع الدوال  $\gamma_\alpha$  مستمرة ولنا  $\alpha \in I$   
 «  $\gamma$  مستمرة في المقادير  $\gamma_\alpha$  » عندئذٍ  
 $(\gamma_\alpha)^{-1}(G)$  مجموعة مفتوحة في  $X$   
 دالة

$$(\gamma_\alpha)^{-1}(G) = \gamma^{-1}(\gamma_\alpha^{-1}(G))$$

لكننا نعلم أن  $\gamma$  مستمرة و  $\gamma_\alpha$  مستمرة في  $\gamma$ ،  
 الجواب هو مجموعة مفتوحة في  $X$ ، لعلنا نعلم أن  $\gamma$  مستمرة  
 مستمرة

ولكن  $\gamma_\alpha^{-1}(G)$  هو مجموعة مفتوحة في  $\gamma$

وبالتالي

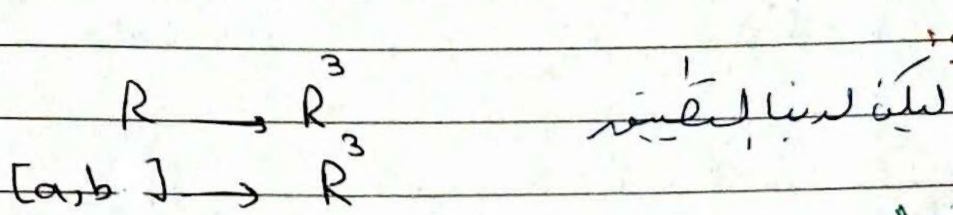
ليكن لدينا ؟ حيث

$$R \rightarrow \tilde{R}$$

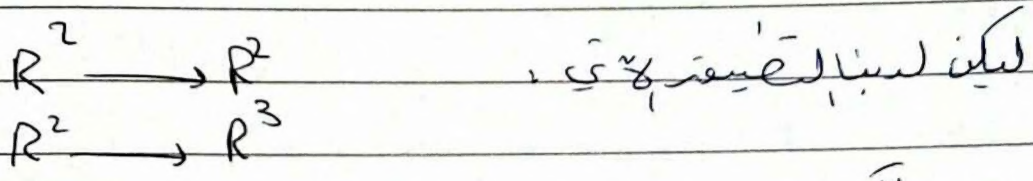
$$t \rightarrow (\alpha(t), \gamma(t))$$



مثلاً معادلة الدائرة:  $y = r \sin t, x = r \cos t$



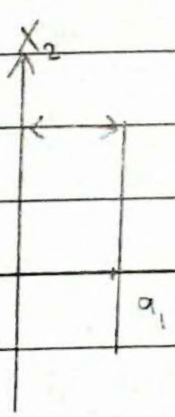
معادلة الكرة:  $(x = r \cos t, y = r \sin t, z = c)$  مثلاً  
 تحول للولي



مثلاً معادلة الكرة:

$$x = r \cos \varphi \sin \vartheta, y = r \sin \varphi \sin \vartheta, z = r \cos \vartheta$$

\*  $\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$  مستمرة إذا وقعت إذا كانت كل مركبة من إحداثيات مستمرة. مركبة متجهية



ملحظة:  
 نفرض  $q \in X_1$  نقطة ثابتة عند المجموعة.  
 $q \times X_2 = \{ (q, x_2) \mid x_2 \in X_2 \}$   
 شكل فضاء جزئياً من فضاء الجداء  
 لهذا الفضاء الجزئي هو مورينغ مكافئ لـ  $X_2$  للفضاء  
 أي:  $q \times X_2 \sim X_2$

وبالمثل نجد أنه  $X \times q \sim X$  حيث  $q \in X_2$  ثابتة  
 وهذا ليس يمكن تعميمه إلى فضاء الجداء بالعام.



أي: إنه مقصود الجاء  $\prod_{\alpha \in I} X_{\alpha} = X$  - كوي مقصوداً جزئياً  $X$  كَيْفَ؟

أنه هو مفهوماً للعقد  $\alpha$  - أي  $X_{\alpha}$  ؟  
 $(X'_s \sim X_s)$

$$a = (a_{\alpha} \in X)$$

$$X_s = \{x \in X : x_{\alpha} = a_{\alpha}, \forall \alpha \in I \setminus s\}$$

ملحظة:

إذا كانت  $A = \prod_{\alpha \in I} A_{\alpha}$  مجموعة جاء الجوانب  
 فإنه لصانفة  $A$  - أي جاء الصانفات أي:  $\bar{A} = \prod_{\alpha \in I} \bar{A}_{\alpha}$

مفاهيمات لعدد الفصل  
 في المقصودات الطولوجية

للمقصدات العمومية والتجريب في تعريف المقصودات الطولوجية، وهذه  
 العمومية التي تعبر عن عرض المقصودات وتبسيط البراهين، ولكن  
 صحت تأخذ نظرية المجموعات النقطة متواها لهذه المقصودات لا بد من  
 وضع شروط إضافية على المقصودات الطولوجية، وهذه الشروط  
 تنقسم إلى نوعين:

النوع الأول: ذو طابع كمي له علاقة بعدد المجموعات طفولية، الجوانب  
 النوع الثاني: ~ ~ ~ كيفي ~ ~ ~ يرمز إلى فصل المقصودات  
 عند بعض.

\* مفاهيمات العدد:

هنا فقط مفاهيمات العدد لها:



① وهو نوع من قواعد الأولئك،

وهي أن كل نقطة من نقاط الفضاء المنبسط هي تلك نقطة

هوارة اناسية قابلة للعد.

« المجموعة القابلة للعد هي مجموعة منتهية او غير منتهية، ولكن قابلة للعد

تكافئ مجموعة الأعداد الطبيعية »

وبنفس القابلة للعد 1 أن مجموعة منتهية او غير منتهية لكن

قابلة للعد أي أن تكافئ مجموعة الأعداد الطبيعية

• وهذا المؤلفين يعرفون بالكل:

كل نقطة من نقاط الفضاء المنبسط هي تلك نقطة هوارة اناسية

قابلة للعد على الأقل

مثال 1-

لنأخذ الفضاء المنبسط  $X = \mathbb{R}$  هوارة اناسية

ولنفرض أن  $X$  غير منتهية غير قابلة للعد.

إنه هذا الفضاء معدود أولي... فما كانت  $X$  لأنه أي نقطة

من نقاطه تلك مجموعة هوارة اناسية هي  $\{x\}$  الدائرة

المكونة من مجموعة واحدة لعنصر هوارة اناسية لعنصر  $x$

وبالتالي هي منتهية أي قابلة للعد عند لو كانت  $X$

غير منتهية.

مثال 2-

لو أخذنا  $X = \mathbb{R}$  فضاء هوارة اناسية وكانت

$$\mathcal{U} = \{ \emptyset \} \cup \{ u \subseteq \mathbb{R} : 1 \in u \}$$

هوارة اناسية معدود أولي لأنه كل نقطة من نقاطه تلك هوارة

اناسية هي  $\{x\}$  وبالتالي أي هوارة  $x$  لا بد أن

تكون الواحدة  $X$



### مثال:

العقضاء المتري هو فضاء محدود أول  
لأن أي نقطة من مقام  $x$  تلك جملة حوارات استجابة قابلة  
للعدد وهي أحسن اللغات المفتوحة من ذلك،

$$\{B(x, \frac{1}{n})\}_{n \in \mathbb{N}}$$

حيث  $n$  تقع مجموعة الأعداد الطبيعية فهي قابلة للع

### مثال:

فضاء المقامات الهندسية  $(X, \gamma)$  حيث  $X$  مجموعة غير قابلة للع  
«أي مثل  $R$  مثلاً»

العقضاء ليس محدود أول لأن العقضاء لا يحقق موضوعه لعدا ذلك  
حيث  $R$  غير قابل للع

### البراهين:

لنقرر من قبل أن كعقضاء موضوعه الأول أي لنا أن النقطة  
 $x \in R$  فإن تلك حوارات استجابة قابلة للع أي أنه  $\{y_n\}$   
لهذه الحوارات جميع مفتوحة وتكون  $x$  وهي من مالتنا هذه  
مجموعة مفتوحة  $\leftarrow$  وبالتالي بناءً لمجموعة  $(X/y_n)$  متناهية  
من حيث  $A_1$ ، والمجموعة  $(X/y_2)$  متناهية ومن حيث  $A_2$   
والمجموعة  $(X/y_n)$  متناهية ومن حيث  $A_n$  وهكذا  
من مالتنا في رة:

لنقرر من قبل أن:  $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$  وهذه المجموعة  $A$  قابلة للع

لأنها تتألف من مجموعات متناهية، وهي مجموعة جزئية من  $X$

والمجموعة  $X \setminus A$  هي غير متناهية وغير قابلة للع عدداً بواجب  
في نقطة  $y$  مختلفة  $x$  فإنها لمجموعة  $\{y\} \setminus X$  مفتوحة  
وتحتوي  $x$  إذاً هي حوارات  $x$

تبين هذا الحوار أنه لا تكون أي من الحوارات

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$



والتالي هو اتفاقنا مع التالي  $X$  على عملية قابلية

## ② موهوبة، لعدلية

هي أنه يمتلك الفضاء، لعدلية قاعدة قابلية للعدلية  
التي تحقق هذه الموهوبة من القابلية في عدد ما  
ينتج من هذه التعريفين:

أنه موهوبة لعدلية الأولى تتبع من الثانية أي أنه كل موهود ثمة  
له موهود أول في العكس غير صحيح.

على ذلك: ١٥

مرت من موهود لعدلية سابقة تقول أن

$$B \text{ قاعدة للفضاء } X \iff \{x \in B, x \in X\} = \emptyset$$

عملية استكسية كواران  $x$  من  $A$  أي  $x \in X$

فإذا كانت  $B$  قابلية للعدلية فأي جزء من  $A$  قابلية

ومنه  $V$  قابلية للعدلية في عملية استكسية كواران  $x$

قابلية للعدلية في موهود أول.

أمثلة:

## ① الفضاء، لعدلية، لمتعلق $(X, \gamma)$ حيث $\gamma$ قوية و $X$

عن قابلية للعدلية.

هذا الفضاء موهود أول لكن ليس موهود ثان.

ذلك لأنه أصغر قاعدة له  $\{x\}$  أسرة المجموعات، لعدلية

الفضاء، لعدلية للعدلية  $x \in X$  لأنه غير قابلية للعدلية.

## ② الفضاء، لعدلية، $R$ والفضاء $R^2$ :

له موهود ثان، لأنه يمتلك قاعدة قابلية للعدلية وهي أسرة المجموعات

المفرومة من الشكل  $[a, b]$  حيث  $a, b \in \mathbb{Q}$

كذلك الفضاء  $R^2$  موهود ثان، لأنه يمتلك قاعدة قابلية للعدلية

وهي أسرة المستطيلات المفتوحة.

شعاع

أنه إلى الأسرة الثانية عشر ١٢